



# 泥炭土の圧縮についての Rheology 的考察

～調査屋 50 年の足掻き～

拓北地下開発株式会社  
技術士（建設部門） 佐田 頼光

## 1. はじめに

泥炭の調査に携って早に 50 年の春秋が過ぎ去った。早いもので将に、夢のまた夢の感じである。馬糞の様相を呈する得体の知れない泥炭に対して、土質工学の理論を纏い、右往左往の明暮れであったが、何か明確な理屈が見えたか自問すれば答は否である。手元には古びたデータが残るだけとなった。

そもそも、泥炭のような錯雑な物体の性状を解明しようとするならば、鉱物質材料の力学挙動に対する十分な研費の後、特殊な部門としての探求を始めるべきであったろうが、飯の種の欲求に抗しきれず、つつい半世紀を費やしてしまったのである。

ともあれ、調査屋が辛苦の末に行き着いた concept を提示し（曲説であるとの批判を恐れつつ）同業諸兄の参考に供したいと思う。

## 2. 泥炭の不飽和状態

沖積層の軟弱粘土は、殆どが完全飽和の状態にあるとされて来た。一方、泥炭土はどうだろうか。かなり昔の話になるが、泥炭地での削孔から放出されるメタンガスに点火して面白がっていた光景が思い出される。孔口に青白い炎が一分以上も立ち昇ることがあった。また、工事現場の宿舎では、直径 1 m の浅い井戸を掘ってメタンガスをタンクに貯めて煮炊きの火力に用いたものである。

こうした事例を並べるまでもなく、周知のように泥炭は高い有機質でメタンなどの気体を多く含有する多相構造体であり、圧縮沈下の性状も粘土などに較べて複雑であることは容易に理解されるところであろう。しかし、これまでのところ完全飽和の粘土の圧密理論を踏襲し、何故か不完全飽和の泥炭の特

性を直視することはなかったように思われる。泥炭に含まれるガスの物性に与える影響を論じた文献を筆者はあまり知らない<sup>1)</sup>。一例を挙げるならば、カナダの National Research Council で発行されている Muskeg Engineering Handbook には(5) Gas Content<sup>2)</sup>として、物性に与える影響について定性的に触れるとともに、泥炭の間隙比 (e) とガス含有量の関係を飽和度 (Sr) をパラメータとして定量的に示している。

いま、図 1 において全体の容積 ( $V_T$ ) に対する Gas の容積 ( $V_a$ ) は、土質工学の基本的概念から(1)式で示すことができる。

$$\begin{aligned} V_a / V_T &= \frac{\bar{e}_1}{1 + \bar{e}_1} (1 - S_r) \\ &= \bar{n} \cdot (1 - S_r) \end{aligned} \quad (1)$$

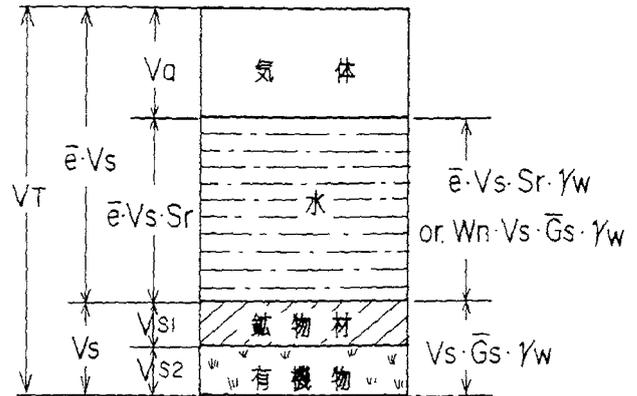


図 1 泥炭の四層構造概念

(1)式は  $S_r$  をパラメータとして図 2 のようになる。

ガスの含有量 ( $V_a$ ) は、 $S_r$  が的確に得られるならばかなりの精度をもって算定することが可能である。既往の資料によれば、泥炭の飽和度 ( $S_r$ ) は凡そ 80~110%<sup>3)</sup> の範囲にあり、平均的には 95%程度

と見做し得る。100%を超えるデータについては失笑を誘うのであるが、これは  $V_T$  の測定精度を反映したものであり、測定技術上の問題として解決しなければならないであろう。

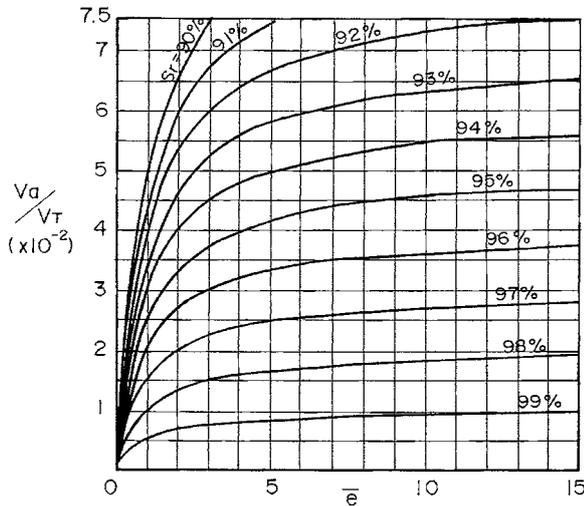


図2 平均空隙比 ( $\bar{e}$ ) と気体量 ( $V_a/V_T$ ) の関係

$S_r$  の平均値 95% に対する  $V_a$  は  $\bar{e}=10$  とすれば  $V_a/V_T=4.6 \times 10^{-2}$  であり、 $V_T=1 \text{ m}^3$  のガス容積は、 $V_a (1 \text{ m}^3) = 4.6 \times 10^{-2} \times 1.0 \times 10^3 (\text{cm}^3) = 46 \text{ cm}^3$  と算定される。泥炭土  $1 \text{ m}^3$  中に含有する  $46 \text{ cm}^3$  のガスの圧縮量はどの程度生じるのであろうか？また、時間経過はどう評価すればよいのだろうか？疑問は深まるばかりである。

現在、FEM 法や FDM 法を適用した精緻な理論展開が盛んである。これらを見る限り、ガスの影響は全く考慮されていない。Concept がしっかりしない展開は調査屋を困惑させるだけで御都合主義の批判はまぬがれないのではなかろうか？ 泥炭は粘土に較べて空隙比 ( $e$ ) が約 10 倍位大きい。粘土で無視できる事象を泥炭に対して踏襲する場合には、十分な配慮と検討が必要と考えられるのである。

### 3. 圧密試験における圧縮沈下の性状

一般の圧密試験による沈下・時間曲線を  $\log t$  型式で表示する場合の典型的な例を図3に示す。曲線の特性は以下のとおりである。

- 1) 载荷と同時に即時沈下 ( $d_o$ ) が発生する
- 2) 曲線の終末部で  $\log t$  に比例した直線的沈下

が長時間継続する

- 3) 曲線の終末部の直線とそれ以前の曲線の間に変化点が読み取れる
- 4) 上記1) ~ 3) により曲線の推移を一次圧密理論 (Terzaghi's Theory) だけでは表示できず、また慣用的な  $\log t$  比例の経験式でも充分ではない (例えば  $dt = d_B + C_s \log t / t_B$ )

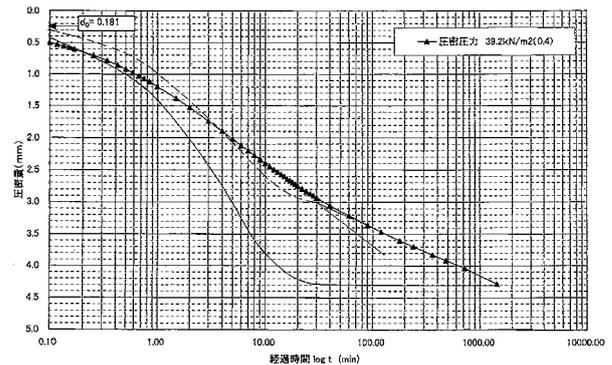


図3 泥炭の沈下時間曲線

$$\left[ \begin{array}{l} W_n = 769\% \quad e_0 = 13.0 \quad S_r = 92.4\% \\ A_0 = 41.83 \text{ cm}^2 \quad h_0 = 2.5 \text{ cm} \end{array} \right]$$

図3に示した沈下性状は、一般の圧密試験においてよく認められる傾向である。しかし、即時沈下 ( $d_o$ ) を実測するのは困難である。したがって慣用的手法により  $d_o$  を求め、便宜的に即時沈下に対する圧縮係数 ( $mea$ ) を算出することになるが実務上は問題ないと思われる。

$$mea = \frac{d_o}{\Delta p \cdot h_{n-1}} \quad (2)$$

$$d_o = 2d\left(\frac{t}{4}\right) - d(t) \quad \Delta p: \text{圧密荷重量} \\ h_{n-1}: \text{载荷直前の層厚}$$

一方、抽出を許さない状態を考えた場合、(図4参照) 液体、固体及び気体のそれぞれの全容積に対する割合を  $n, m, s$  とすれば、体積ヒズミ ( $\epsilon_i$ ) は(3)式で示すことができる。

$$\epsilon_i = \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{V_2(n_2 + m_2 + s_2) - V_1(n_1 + m_1 + s_1)}{V_1} \quad (3)$$

液体と固体の圧縮は無視すると、

$$\epsilon_i = \frac{1}{V_1} (V_2 \cdot S_2 - V_1 \cdot S_1) \quad (4)$$

ボイルの法則  $V_{a1} \cdot p_1 = V_{a2} \cdot p_2$  を適用すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \frac{V_2(S_2)}{V_1(S_1)} \\ \frac{p_1 - p_2}{p_2} &= \frac{V_2 S_2 - V_1 S_1}{V_1 \cdot S_1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$\epsilon_i$  は(4)式で表されるから

$$\epsilon_i = \frac{S_1}{p_2} \cdot \Delta p \quad (6)$$

となる。いま、

$$\epsilon_i = m_{ea} \cdot \Delta p, \quad S_1 = V_{a1} = \frac{e_1}{1+e_1} (1 - S_r)$$

であるから結局  $m_{ea}$  は(7)式で表わすことができる。

$$m_{ea} = \frac{e_1}{1+e_1} \cdot \frac{1 - S_{r1}}{p_2} = \bar{n}_1 \cdot \frac{1 - S_{r1}}{p_2} \quad (7)$$

実際に圧密試験において  $d_o$  を求めなくても(7)式からガスの圧縮による即時圧縮係数 ( $m_{ea}$ ) を求めることが可能となるのである。(図5参照)

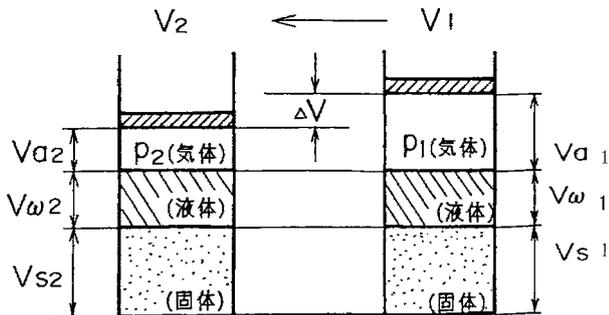


図4 気体の圧縮と圧力

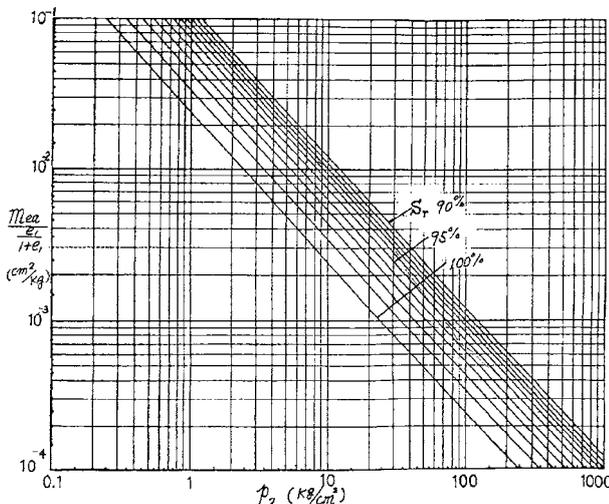


図5 気体含有量と圧縮係数 ( $m_{ea}$ )

### 3. 即時性圧縮の時間経過

以上触れたような即時性圧縮が時間とともにどのように推移するかを検討することは、泥炭土の圧縮の時間経過を解析する上で避けることは出来ない重要な問題である。いま、図6の Rheology Model を用いて考察することとする。同図の Model は Terzaghi の圧密理論の説明によく用いられるものと基本的に同一である。異なる点は、ダッシュポットの液体の中に気泡 (ガス) が混入することである。バネとダッシュポットが並行に配置されるから A-A 面における応力 ( $p$ ) は、(8)式で示される。

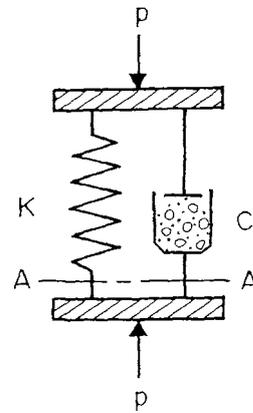


図6 Kelvin Model

$$p = \frac{1}{K} \epsilon + \frac{1}{C} \frac{d\epsilon}{dt} \quad (8)$$

(8)式の一般解は、

$$\epsilon = \exp\left(-\frac{C}{K}t\right) \cdot C \int \exp\left(\frac{C}{K}t\right) p dt + D_1$$

$t=0$  で  $\epsilon = \epsilon_i$  とすると (一般に  $t=0, \epsilon=0$  としているが、ここではガスの圧縮によるヒズミを  $\epsilon_i$  とする)

$$\epsilon = \epsilon_i \exp\left(-\frac{C}{K}t\right) + K \cdot p \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{C}{K}t\right) \right\} \quad (9)$$

(9)式において、右辺第2項  $\left\{ 1 - \exp\left(-\frac{C}{K}t\right) \right\}$  は、

Terzaghi 理論の圧密度 ( $U$ ) に相当する。第1項が即時圧縮の時間経過を示している。したがって(10)式で示される。

$$\epsilon = (1 - U) \cdot \epsilon_i \quad (10)$$

即ち、即時的圧縮ヒズミ(ε)はUの進行とともにt=0のε<sub>i</sub>から徐々に減少し、U=100%でゼロに取れんすることを表している。(10)式は概念的に図7のように示される。

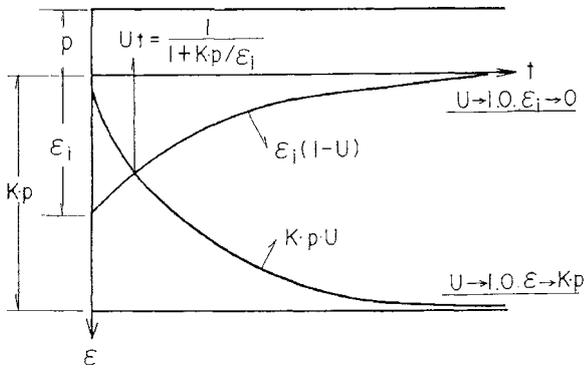


図7 即時圧縮と一次圧密ヒズミの相互関係

4. Rheology と Terzaghi 理論の関係

Kelvin-Rheology モデルにおけるバネ(K)と粘性抵抗(C)の数値について、例えば圧密定数(C<sub>v</sub>, μ, k)との関係を検討することは、技術者にとってRheology を実用する上で必要不可欠なことである。

表-1は、Kelvin unit と Terzaghi theory を対比し、両理論式の定数相互の関係を明らかにしたものである。

理論	基本式	ヒズミ(ε)の時間変化に対する解
Rheology (Kelvin unit)	$\sigma = \frac{1}{K} \varepsilon + \frac{1}{C} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$	$\varepsilon = K \cdot \sigma [1 - \exp(-\frac{C}{K}t)]$ $\bar{\varepsilon} = \sum K_n \cdot \sigma [1 - \sum \frac{K_n}{K_e} \exp(-\frac{C}{K_n}t)] \dots (1)$ $K_e = \sum K_n$
Terzaghi theory	$\frac{du}{dt} = C_v \frac{d^2u}{dz^2}$	$\bar{\varepsilon} = mep \cdot \sigma [1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T)] \dots (2)$ $M = \frac{1}{2} \pi (2n+1)$ $T = \frac{C_v}{H^2} t$
Kelvin-Terzaghi Relationship	$(1)=(2)$ $\frac{C}{K_n} t = \frac{(2m+1)^2 \pi^2 T}{4}$ $\frac{K_n}{K_e} = \frac{8}{(2m+1)^2 \pi}$	$\sum K_n = mep$ $C = \frac{2C_v}{H^2} \cdot mep$ $= \frac{2k}{\gamma_w \cdot H^2}$

表-1 Kelvin-Terzaghi の関係

Kelvin Model の場合の  $\varepsilon = K \cdot \sigma [1 - \exp(-\frac{C}{K}t)]$

は、層厚(H)の中にModelが無数存在することを考慮し、代数的操作を行ってTerzaghiの一般解との対比から定数相互の関係を求めた。同表中mepは一次圧密に対する圧縮係数を示す。

5. 塑・粘性レオロジー法則 (plasto-viscosity Rheology Law) による二次圧密性沈下 (dc<sub>2</sub>) の表示

泥炭の二次圧密性挙動については、例えば渡辺進氏が提示した「風船玉理論<sup>4)</sup>」や能登 繁幸氏の経験式を発展させた「新しい沈下予測式<sup>5)</sup>」などが見られるが、ここでは、Leonardo Zeevaert<sup>6)</sup>による「Z-unit」の手法を紹介したい。z-unitは図8非線形粘性要素 (Non linear viscous element) と線形粘性要素 (Linear viscous element) を並列にした Rheology model を考えている。

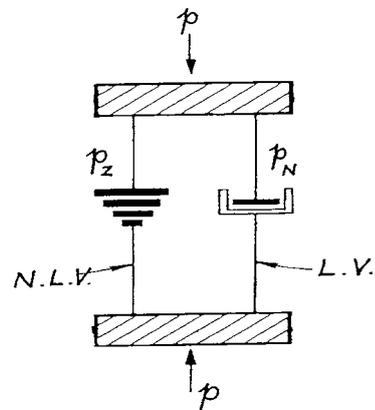


図8 Z-unit

z-unit では、いずれの時間においても次の条件が満たされるものとする。

$$\left. \begin{aligned} p &= p_z + p_n \\ \varepsilon_{vp} &= \varepsilon_z = \varepsilon_n \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

それぞれの element において、ヒズミ速度 (dε<sub>vp</sub>/dt) はつぎのように示されるものとする。

$$\frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} = \left( \phi_f + \frac{a}{b+t} \right) p_z \quad (12)$$

$$\frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} = \phi_a \cdot p_N \quad (13)$$

$p = p_z + p_N$  であるから  $p$  について書き換えると(14)式となる。

$$p = \left\{ \frac{1}{\phi_f + \frac{a}{b+t}} + \frac{1}{\phi_a} \right\} \frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} \quad (14)$$

ここで、代数的置換操作により次のように表示する。

$$\left( b + \frac{a}{\phi_f} \right) \frac{\phi_f \cdot \phi_a}{\phi_f + \phi_a} = A \quad b + \frac{a}{\phi_f + \phi_a} = B$$

$$\frac{\phi_f \cdot \phi_a}{\phi_f + \phi_a} = \phi_{af}$$

これらの関係を用いると(14)式は(15)式のようになる。

$$\frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} = \left\{ \frac{A}{B+t} + \phi_{af} \cdot \frac{t}{B+t} \right\} \cdot p \quad (15)$$

(15)式を積分すると、

$$\varepsilon_{vp} = \left\{ (A - \phi_{af} \cdot B) \text{Log}(B+t) + \phi_{af} \cdot t \right\} \cdot p + C_1$$

$t=0, \varepsilon_{vp}=0$ , したがって積分定数 ( $C_1$ ) は、

$$C_1 = -(A - \phi_{af} \cdot B) \text{Log}(B) \cdot p$$

いま、 $(A - \phi_{af} \cdot B) = A_1$  で表すと、

$$\varepsilon_{vp} = \left\{ A_1 \cdot \text{Log} \frac{B+t}{B} + \phi_{af} \cdot t \right\} \cdot p \quad (16)$$

ここで、 $\phi_{af} \cdot t$  の項に着目すると側方が拘束状態 ( $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ ) の地盤においては、 $\phi_t$  は非常に小さく、したがって  $\phi_{af} \doteq 0$  と考えて差支えない。また、 $A = A_1 = a$ ,  $B = b + a/\phi_a$  とみなすことができる。よって、(16)式は(17)式となる。

$$\varepsilon_{vp} = \left\{ a \cdot \text{Log} \frac{b + \frac{a}{\phi_a} + t}{b + \frac{a}{\phi_a}} \right\} \cdot p \quad (17)$$

さて、線形粘性要素の分担応力 ( $p_N$ ) は、(18)式である。

$$p_N = \frac{1}{\phi_a} \frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} \quad (18)$$

(17)式から  $d\varepsilon_{vp}/dt$  を求めて(18)式に代入すると、

$$p_N = \left\{ \frac{\frac{a}{\phi_a}}{b + \frac{a}{\phi_a} + t} \right\} \cdot p$$

となり、 $t$  が小さい時は  $p_N \doteq p$  であるから  $b \doteq 0$  と見なせる。結局  $\varepsilon_{vp}$  は(19)式で示されることになる。

$$\varepsilon_{vp} = \left\{ \bar{a} \cdot \text{Log} \left( 1 + \frac{\phi_a \cdot t}{\bar{a}} \right) \right\} \cdot p \quad (19)$$

(19) 式の  $\bar{a}$  と  $\phi_a$  は、先にした表1の Kelvin-Terzaghi の関係から(20)式で表示することができる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= \frac{m_t}{2.31} = \frac{C_t}{2.31 h \cdot \Delta p} \\ \phi_a &= C = 2 \cdot m e p \frac{C_v}{H^2} \\ \frac{\phi_a}{\bar{a}} &= \frac{4.62}{m_t / m e p} \frac{C_v}{H^2} = \frac{4.62}{\beta} \frac{C_v}{H^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

以上が Leonard Zeevaert による Rheology Model (Z-unit) に基づく二次圧密性沈下 (dcz) の考察結果である。

これらの concept を Rheology Model で示すと図9となる。図9が誘導されたシルト質粘土と泥炭の骨格構造については図10に示した。

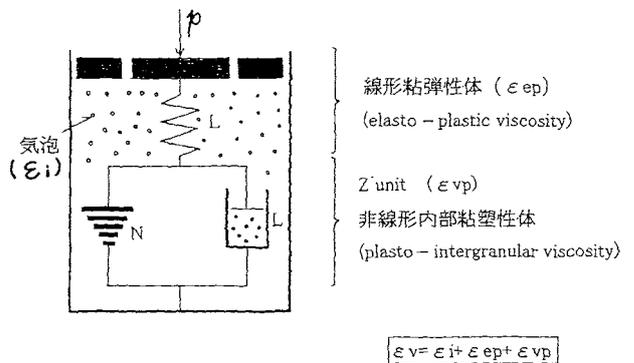


図9 Rheology Model

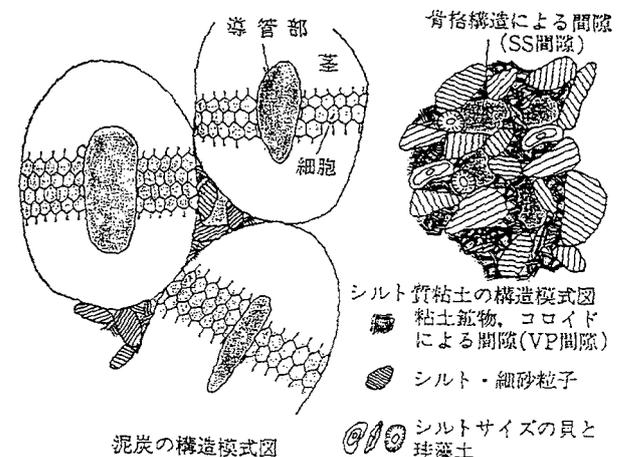


図10 泥炭とシルト質粘土の構造図

泥炭の場合は茎の中心にある導管部と側方に並ぶ細胞が主な構造となる。前述した Z-unit の Model は粘土鉱物やコロイドから構成される VP 間隙からの排出に伴う圧縮の時間的遅れであり、泥炭では、微細な細胞からの排出の遅れがそれに相当し、間隙の大きい導管部からの排出は Terzaghi の圧密理論（線形粘弾性）が適用されるものとする。

すなわち、圧密試験で得られる圧縮時間曲線は、即時性圧縮沈下 (di) と一次 (dc1) および二次的圧縮沈下 (dc2) が合成されたものと考えることができよう。

$$\left. \begin{aligned} dc &= di + dc_1 + dc_2 \\ di &= mea \cdot h \cdot \Delta p \left\{ 1 - F \left( \frac{Cv}{H^2 t} \right) \right\} \\ dc_1 &= mep \cdot h \cdot \Delta p \cdot F \left( \frac{Cv}{H^2 t} \right) \\ dc_2 &= m_t \cdot h \cdot \Delta p \cdot \log \left\{ 1 + \frac{4.62}{\beta} \cdot \frac{Cv}{H^2 t} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$H: \text{排水距離}, \beta = \frac{m_t}{mep}$$

ここで誤解を避けるために圧密試験データから  $m_t$ ,  $mep$ ,  $Cv$  などの定数を得るための手順を示しておこう。Fitting method と称される手法を適用する必要上、若干の配慮が必要となる。

図 11 を参照して、一次圧密が終了したと判断される B 点では  $F \left( \frac{Cv}{H^2 \cdot t} \right) = 1.0$  であるから、

$$Tv = \frac{Cvt}{H^2} = 3.05 \quad di = 0 \text{ となる。}$$

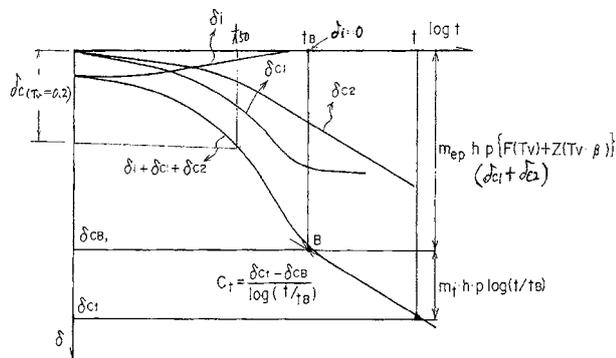


図 11 圧密沈下曲線から  $mep$ ,  $M_t$  を求める手法

したがって B 点の沈下  $d_{CB}$  は、

$$\begin{aligned} d_{CB} &= mep \cdot h \cdot \Delta p \left\{ 1 + \beta \log \left( 1 + \frac{14}{\beta} \right) \right\} \\ \frac{d_{CB}}{h \cdot \Delta p} &= me_B = mep + m_t \log \left( 1 + \frac{14}{\beta} \right) \\ \alpha &= \frac{m_t}{mep} = \frac{Ct}{d_{CB}} \\ \therefore \frac{1}{\alpha} &= \frac{1}{\beta} + \log \left( 1 + \frac{14}{\beta} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

沈下曲線の終末部から  $\log t$  に比例した勾配  $Ct$  ( $m_t$ ) を求め、 $\alpha$  ( $Ct/d_{CB}$ ) を得て(22)式から  $\beta$  を求める。圧密係数 ( $Cv$ ) は、 $t_{50}$  を曲線から読み取り、 $Tv = 0.2$  として(23)式から得ることができる。

$$Cv = \frac{(0.2)H^2}{t_{50}} \quad (23)$$

図 12 には  $\alpha$  から  $\beta$  を得るための補助図を示した。

また、念の為、(21)式により実測沈下曲線を検証してみる。図 13 は検証結果であるが理論値は実測値によく追従しており、これまでの Rheology 的考察にもとづく圧縮沈下の理論は、充分実用に耐え得るものと考えられる。

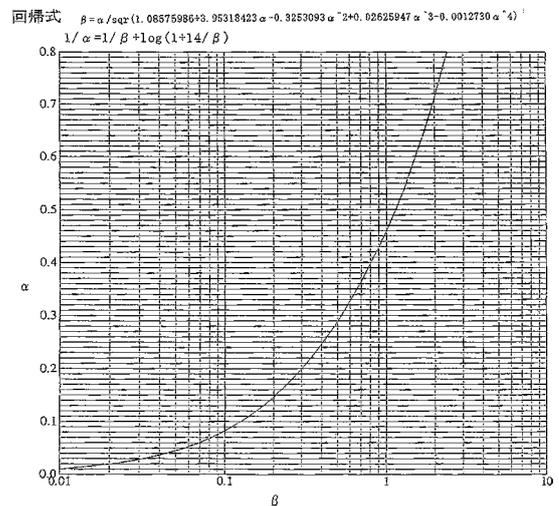


図 12 (22)式の  $\alpha$  から  $\beta$  を求める図

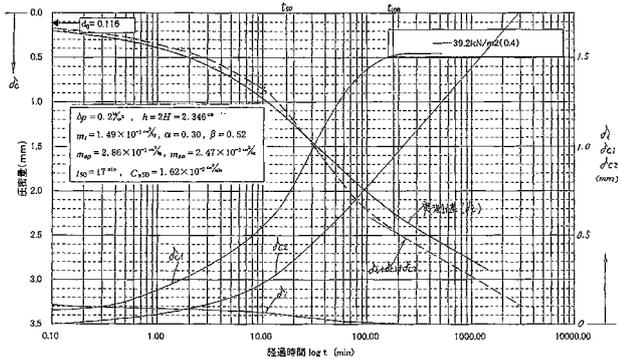


図 13 (2)式による理論値と実測値の比較

## 6. まとめに代えて

泥炭の試験に携って見ると、色々な柔循や不合理さが数多く存在することに気付く。圧密試験そのものについても、泥炭の不均一性から供試体が矮小であることに端を発して容積の測定が大雑把になり易く、したがって密度や飽和度が実態と乖離することになる。望むべくは大きい供試体ということになるが実用面で難点がある。最も望ましいのは、実構造物に対する沈下観測値の集積であるが、これも大きな労力と多大の時間を要する。

このような現状に鑑みても、筆者らは、日常の調査業務で圧密試験を提案し、拙劣な解析を行うのである。

手元の圧密試験データを眺めながら、つくづく思うのは、泥炭に対して Rheology Model のバネの妥当性である。バネよりスライダーとした方が実態に近いのではないかということだが、これらについては、別に検討の機会を持ちたい。

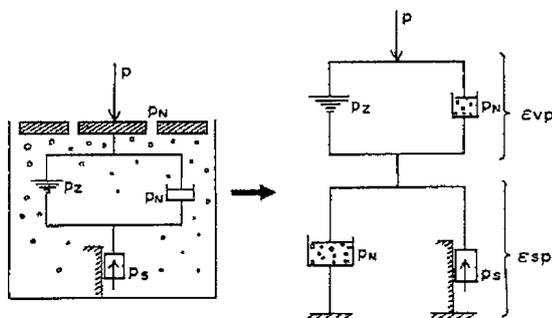


図 14 Rheology Model の修正

## 参考資料

- 1) 例えばフローリンの土質力学第II巻第III章 (赤井・大草訳・森北出版株式会社)
- 2) Muskeg Engineering Handbook (NRC P.86)
- 3) 石狩泥炭の一般物理性質について (土木試験所報告 20 号第 3 報)
- 4) 渡辺 進：盛土による泥炭地盤の変状に関する研究 (鉄道技術研究所報告 No.1044 P.47～49, 1977.7)
- 5) 能登繁幸：泥炭地盤工学 (技報堂 第 4 章)
- 6) Leonardo Zeevaert: Foundation Engineering (VAN NOSTRAND REINHOLD Second Edition P.80～106)

## (長期沈下に関する資料)

- 宮下隆雄：軟弱地盤における長期沈下。北海道縦貫自動車道札幌～岩見沢間 (基礎工、特集“軟弱地盤と基礎工” P.62～67 1985.10)
- 萩野治雄ほか：泥炭の長期圧密試験について (土木試験所月報 No.364. P.2～7 1983.9)
- Harvey E. Wahls: Analysis of Primary and Secondary Consolidation (Proceedings of A. S. C. E. Journal of the S. M. F. D. SM6 P.207～230 1962.12)
- 深沢栄造ほか：プレロード撤去後の長期沈下挙動の現場実測例 (土と基礎 39-8 (403) P.17～22 1991.8)
- 恒川 晃：泥炭地盤における沈下時間解析法の比較例 (土質工学会道支部技術報告集第 32 号 P.41～46 1993.2)
- 脇田英治：二次圧密を考慮した沈下予測と予測精度推定法 (土木学会論文集 No.457/III-21 P.97～105 1992.12)
- 脇田英治ほか：軟弱地盤上に施工された盛土の除荷後の残留沈下の推定 (土木学会論文集 No.493/III-27 P.189～192 1994.6)